

KÉPZÉS ÉS GYAKORLAT

DOI: 10.17165/TP.2019.1.5

BAGOTA MÓNKA¹

„Csak” logika – vagy mégsem?

A dolgozatban olyan játékos logikai rejtvényeket szeretnék bemutatni, amelyeket évek óta sikeresen használunk tanító szakos hallgatók matematika tantárgy-pedagógia és – egyszerűbb változatban – óvodapedagógus hallgatók matematika-módszertan óráin egyaránt. A bemutatásra kerülő játékok mindegyike alapvetően logikai játék (néhányik közülük a jól ismert Sudoku játékból indul ki), azonban egyes feladványok megoldásához szükség van nemcsak a logikus gondolkodásra, hanem például a négy alpművelet valamelyikének (vagy esetlegesen mindegyikének) felhasználására is. Más rejtvényeknél a helyes térbeli tájékozódás is alapvető fontosságú ahhoz, hogy a logikai feladványt sikerrel meg lehessen fejteni. Megint más esetekben területek lefedésével és gráfokkal kapcsolatos tulajdonságokkal is találkozhatunk a logikai rejtvények megoldása során.

Bevezetés

Ebben a dolgozatban a következő logikai játékokat szeretném bemutatni: *KenKen* (vagy *Cal-cudoku*), *Skyscrapers* (vagy *Felhőkarcológok*), *Hidak és szigetek* (vagy *Hashi*) és *Logigrafika* (*Grafilogika* vagy *Nonogram*). Az általam bemutatott logikai rejtvényeket az ELTE TÓK Matematika Tanszéke által vezetett részismereti képzésén részt vevő gyakorló tanítók több ízben is kipróbálták, s az volt a véleményük, hogy a feladványok mindegyike sikerrel alkalmazható az alsó tagozatos gyermekek körében a matematikaórákon, a napköziben és szakkörön egyaránt, egyszerűsített változatban pedig már nagycsoportos óvodásokkal is élvezetesen játszható. Az itt bemutatott játékok kiválasztása során fontos szempont volt, hogy a szabályok könnyen elsajátíthatók legyenek, továbbá az is, hogy a játszani vágyók nagyszámú feladványt ér-hessenek el. Ezek a fejtörők (és persze még sok más is) az interneten ingyenesen megtalálhatók, így akár több száz könnyebb vagy nehezebb rejtvényből válogathatunk a gyermekek korának és érdeklődésének megfelelően.

¹ PhD, egyetemi adjunktus, Eötvös Loránd Tudományegyetem Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszék; bagota.monika@tok.elte.hu

KenKen (vagy Calcudoku)

A játék a jól ismert Sudoku játékokra épül, kiegészítve azzal, hogy itt a négy alapművelet némelyikét (esetleg mindet) alkalmazni kell ahhoz, hogy a feladványt sikerrel megoldhassuk.

Játszható-e az egyszerűbb Sudoku játék óvodásokkal is?

A válasz egyértelműen: igen! Az 1. ábrán látható Sudoku játékokat egy óvodapedagógus szakdolgozó készítette nagycsoportos óvodások számára. A hallgató három darab 3×3-as és három darab 4×4-es pályát tervezett, és mind a pályákat, mind pedig a beillesztendő elemeket saját ötlete alapján papírból készítette. A játék menetét úgy tervezte meg, hogy a Sudoku feladványok, amelyekkel az általa vizsgált óvodásoknak meg kell birkóznuk, egyre nehezedjenek.



1. ábra. Sudoku óvodásoknak

Forrás: Verestóy (2016): Logikai játékok alkalmazhatósága az óvodában. 38. o.

A szakdolgozó által vizsgált nagycsoportos óvodások könnyen elsajátították a játék szabályait, szívesen játszottak az egyszerűbb és bonyolultabb feladványokkal is. Érdekes megfigyelés, hogy a hallgató által vizsgált gyerekek mindegyikénél több esetben is előfordult az, hogy nem azt keresték, hogy melyik sorból/oszlopból hiányzik csupán egy elem, hanem a hiányzó helyekre raktak egy-egy elemet tippszerűen, majd ezután ellenőrizték a sorokat/oszlopokat és figyelték a lépések eredményének helyességét. Ebben a módszerben több hibalehetőség van, és időigényesebb is, de eredményre vezet, és lehetővé teszi a gyerekek által alkalmazott logika átlátását.

Térjünk át a KenKen játék bemutatására: a legegyszerűbb változata a játéknak az, amikor a rejtvényben csak egy művelet található, az alábbi feladványban (2. ábra) már két művelet:

összeadás és kivonás szerepel. Mivel ebben a feladványban egy olyan négyzet látható, amelynek 4 sora és 4 oszlopa van, ez azt jelenti, hogy a négyzet minden sorában és minden oszlopában az 1, 2, 3 és 4 számoknak kell szerepelnie úgy, hogy mindegyik szám mindegyik sorban és oszlopban csak egyszer szerepelhet. Továbbá a vastagabb vonallal megrajzolt alakzatokba tartozó számok összege (ahol + jel látható) illetve különbsége (ahol – jel látható) megegyezik az alakzat bal felső sarkába írt számmal.

3+		8+	
2–	1–		
	4+		2–
2–		2	

2. ábra. KenKen-feladvány összeadással és kivonással

Forrás: <http://www.kenken.com/>

Ezt a KenKen feladványt például az alábbi módon tölthetjük ki. Nyilván azonnal beírhatjuk a 2-est a sárga négyzetbe, hiszen ebben a négyzetben nincs műveleti jel, csak egy szám a bal felső sarokban és ez azt jelenti, hogy automatikusan ezt a számot kell beírunk.

A 4. sor első téglalapjában (3. ábra) szereplő számok most már csak az 1 és a 3 lehetnek valamilyen sorrendben (hiszen a különbség különben nem lehetne 2), így a 4. oszlop alsó téglalapjába csak a 2 és 4 számok kerülhetnek ebben a sorrendben. Mivel a 3. sorban található téglalapban a számok összege csak úgy lehet 4, ha ebben a téglalapban az 1 és 3 számok szerepelnek valamilyen sorrendben, így az első oszlop középső (sárgával jelölt) téglalapjának kitöltése már azonnal következik.

3+		8+	
2- 2	1-		
4	4+		2-
2-		2	4

3. ábra: Megoldás 1.

3+ 1	2	8+	
2- 2	1-		
4	4+		2- 2
2- 3	1	2	4

4. ábra: Megoldás 2.

Forrás: <http://www.kenken.com/>

Innen pedig már azonnal látható (4. ábra), hogy az 1. sor első téglalapjának, és ebből a 4. sor első téglalapjának kitöltése csak az ábrán látható módon lehetséges

Folytatva a feladvány kitöltését (5. ábra) már könnyen adódik, hogy a 3. sor középső téglalapjába csak a 3 és 1 számok írhatók (ebben a sorrendben) és ebből már következik a 2. sor középső téglalapjának az ábrán látható kitöltése is, továbbá így az 1-es számot is beírhatjuk a sárgával jelölt négyzetbe.

Ebből pedig már könnyen megadható a 6. ábrán látható módon a feladvány teljes kitöltése.

3+ 1	2	8+	
2- 2	1- 4	3	1
4	4+ 3	1	2-
2- 3	1	2	4

5. ábra- Megoldás 3.

3+ 1	2	8+ 4	3
2- 2	1- 4	3	1
4	4+ 3	1	2-
2- 3	1	2	4

6. ábra: Megoldás 4.

Forrás: <http://www.kenken.com/>

Milyen képességeket fejleszt a KenKen játék?

- finommotorika (kártyarakosgatással),
- számfogalom (10-es (nehezebb feladványoknál ennél bővebb) számkör megerősítése),
- megosztott figyelem (több tulajdonságra kell egyszerre figyelni),
- logikus gondolkodás (ok-okozati összefüggés, sorrendiség),

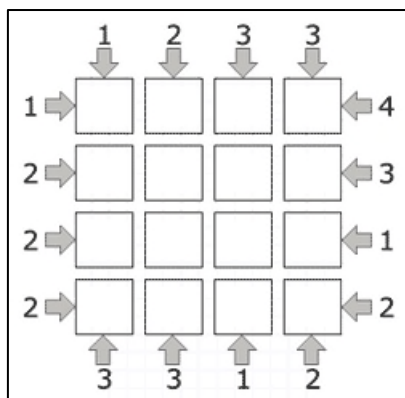
- divergens gondolkodás (egy-egy probléma több irányú megközelítése lehetséges),
- önellenőrzés (vegye észre, ha rontott: az ismétlődő számot vegye le a tábláról, kezdje újból a gondolatmenetet),
- szabálykövetés (a számok csak egyszer szerepelhetnek).

A <http://www.kenken.com/> oldalon található KenKen (vagy CalcuDoku <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/calculudoku>) játékokban beállítható a kívánt négyzet mérete (akár 9×9-es is lehet), az alkalmazandó művelet (összeadás, összeadás-kivonás, szorzás, szorzás-osztás, összeadás-kivonás-szorzás-osztás) és a feladvány nehézsége, így akár több száz feladványból is válogathat az érdeklődő.

Skyscrapers (vagy Felhőkarcolók)

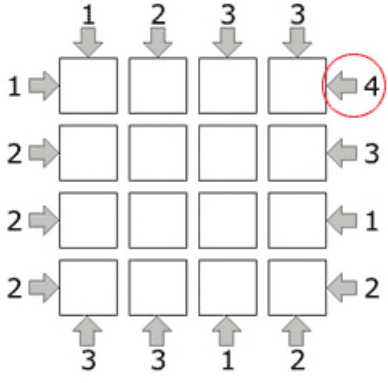
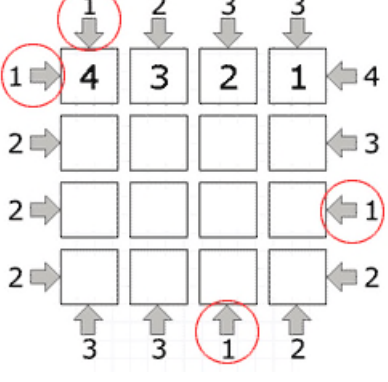
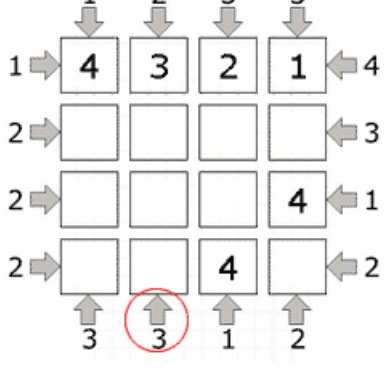
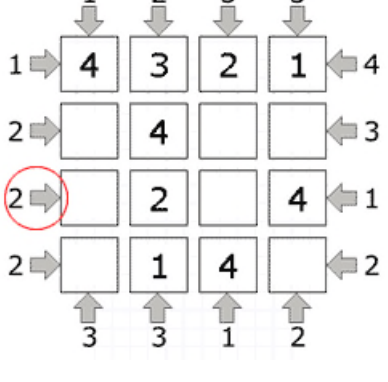
Ennek a játéknak is a Sudoku játék az alapja, itt azonban szükség van a helyes téri tájékozódásra is a feladványok megfejtéséhez, így ez a játék inkább már a 3.–4. osztályos alsó tagozatos diákoknak ajánlható.

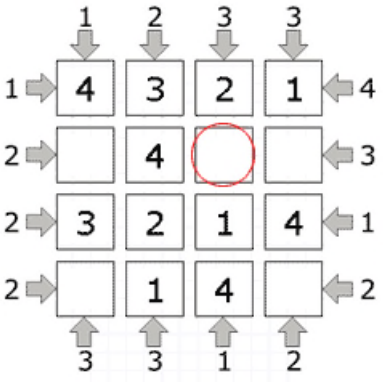
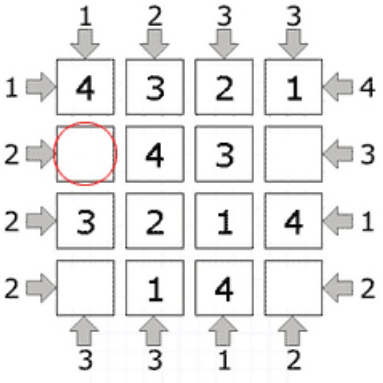
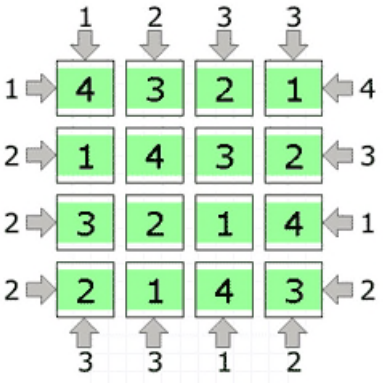
A 7. ábrán látható Skyscrapers feladványban egy olyan négyzet található, amelynek 4 sora és 4 oszlopa van, ez azt jelenti, hogy a négyzet minden sorában és minden oszlopában az 1, 2, 3 és 4 számoknak kell szerepelniük úgy, hogy mindegyik szám mindegyik sorban és oszlopban csak egyszer fordulhat elő. Ebben a játékban a számok azonban nem csak számokat jelentenek, hanem egyben olyan tornyokat is, amelyek 1, 2, 3 vagy 4 emelet magasak. A négyzet területén található számok pedig azt jelzik, hogy ha az adott helyen állunk, akkor onnan hány tornyot láthatunk.



7. ábra. Skyscrapers feladvány

Forrás: <https://www.brainbashers.com/skyscrapers.asp>

	<p>A pirossal bekarikázott 4-es szám azt jelenti, hogy erről a helyről nézve mind a négy torony látható, ez pedig csak úgy lehetséges, ha az 1. sorban innen nézve a tornyok növekvő sorrendben állnak egymás mögött, tehát ebben a sorban balról jobbra a beírandó tornyok magassága: 4, 3, 2, 1.</p>
	<p>A pirossal bekarikázott 1-es számok azt mutatják meg, hogy az adott pontokból csak egyetlen torony látható, ez pedig csak úgy lehetséges, hogy ha azokon a helyeken a legmagasabb torony áll. Ekkor azonban nem tudjuk, hogy a mögötte álló tornyok milyen sorrendben helyezkedhetnek el.</p>
	<p>A 10. ábrán a pirossal bekarikázott helyről 3 torony látható, és mivel tudjuk, hogy erről a helyről nézve ebben az oszlopban az utolsó helyen a 3 emeletes torony áll, így a tornyok fentről lefelé csak a 3, 4, 2, 1 sorrendben állhatnak.</p>
	<p>A pirossal jelölt helyről most már csak úgy láthatunk két tornyot, ha a tornyok ebben a sorban a 3, 2, 1, 4 sorrendben követik egymást.</p>

	<p>A szabályoknak megfelelően a 3. oszlopban csak úgy fordulhat elő mindegyik számjegy, ha a pirossal bejelölt helyre 3-ast írunk.</p>
	<p>A pirossal karikázott helyre vagy az 1-es vagy a 2-es torony kerülhet, azonban ennek a sornak az utolsó helyére 1-es nem kerülhet (hiszen ekkor az utolsó oszlopban két 1-es állna), így ide csak 1-t írhatunk.</p>
	<p>Innen pedig már azonnal adódik a rejtvény teljes megoldása.</p>

1. táblázat. A Skyscrapers feladvány megoldásának menete

Forrás: <https://www.brainbashers.com/skyscrapers.asp>

Milyen képességeket fejleszt a Skyscrapers játék?

- Térí tájékozódás, térbeli viszonyok észlelése,
- térlátás,
- logikus gondolkodás (ok-okozati összefüggés, sorrendiség),
- divergens gondolkodás (egy-egy probléma több irányú megközelítése lehetséges),
- megosztott figyelem (több tulajdonságra kell egyszerre figyelni),
- önellenőrzés (vegye észre, ha rontott: az ismétlődő tornyot vegye le a tábláról, kezdje újból a gondolatmenetet),
- szabálykövetés (a tornyok csak egyszer szerepelhetnek).

A <https://www.brainbashers.com/skyscrapers.asp> (vagy <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/skyscrapers>) oldalon számos ilyen (és sok másfajta) feladványt találhatunk egyszerűbb és nehezebb változatban is.

Hidak és szigetek (vagy Hashi)

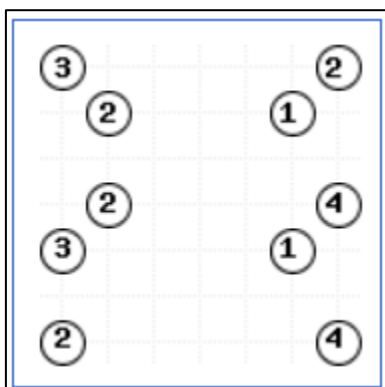
A játék tekinthető egy egyszerű gráfokkal kapcsolatos feladványnak is, ahol a szigetek jelentik az elkészítendő gráf csúcsait, a hidak pedig az éleit. A szabályok egyszerűsége azonban azt eredményezi, hogy a könnyebb feladványokat akár egy első osztályos tanuló is képes megoldani.

A játékban a körök jelölik a szigeteket, és a játékosnak hidakat kell rajzolniuk a szigetek közé az alábbi feltételeknek megfelelően.

- A hidaknak szigeten kell kezdődniük és végződniük.
- A hidak csak függőlegesen vagy vízszintesen haladhatnak, és nem keresztezhetnek sem más hidakat, sem szigeteket.
- Bármely két szigetet legfeljebb két híd köthet össze.
- Bármelyik szigetről bármelyik szigetre el kell jutni a hidakon keresztül.
- A szigethez csatlakozó hidak számának meg kell egyeznie a szigeten levő számmal.

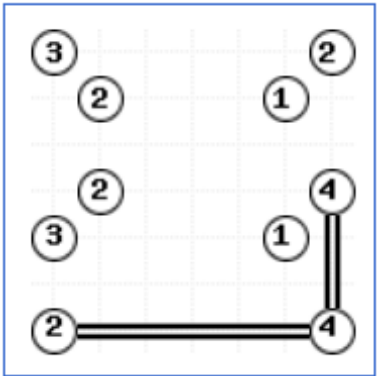
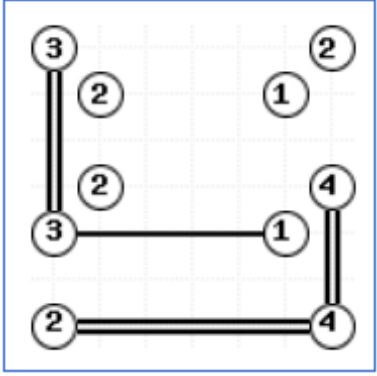
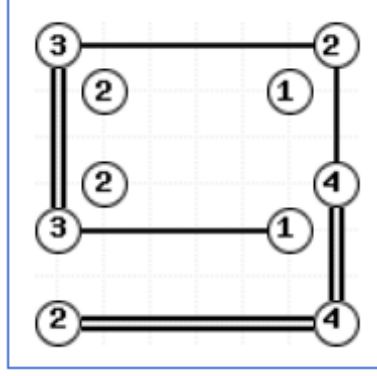
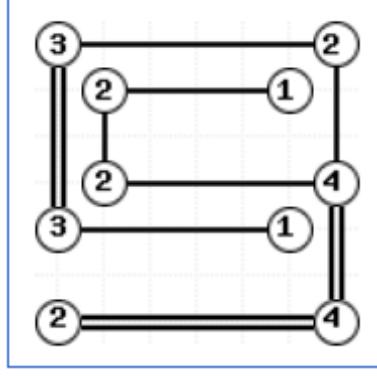
A hidak és szigetek feladvány megoldása

Oldjuk meg a 8. ábrán látható Hidak és szigetek feladványt!



8. ábra. Hidak és szigetek feladvány

Forrás: <https://hu.puzzle-bridges.com/>

	<p>Az ábrát megfigyelve látható, hogy a jobb alsó sarokban levő szigetről érdemes kiindulni, hiszen onnan csak az alábbi módon indulhat ki a 4 híd.</p>
	<p>Ekkor azonban a bal oldalon középen elhelyezkedő szigetről a 3 híd csak a látható módon indulhat ki.</p>
	<p>Ekkor a bal felső sarokban levő szigetről (3-as) csak a jobb felső sarokban levő (2-es) szigetre vezethet egy híd, ahonnan csak a jobb oldali középső (4-es) szigethez húzhatjuk a hidat.</p>
	<p>Ezután a jobb oldali középső (4-es) szigetről kiindulva már az összes hiányzó hidat be tudjuk rajzolni.</p>

2. táblázat. A Hidak és szigetek feladvány megoldása

Forrás: <https://hu.puzzle-bridges.com/>

Milyen képességeket fejleszt a Hidak és szigetek játék?

- Megosztott figyelem (több tulajdonságra kell egyszerre figyelni),
- logikus gondolkodás (ok-okozati összefüggés, sorrendiség),
- számfogalom (10-es számkör megerősítése),
- finommotorika (helyes ceruzafogással),
- divergens gondolkodás (egy-egy probléma több irányú megközelítése lehetséges),
- önellenőrzés (vegye észre, ha rontott, s kezdje újból a gondolatmenetet),
- szabálykövetés.

A <https://hu.puzzle-bridges.com/> (vagy <http://www.logikaifeladatok.hu/kosdossze.html> vagy <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/hasi>) oldalon minden nap újabb és újabb ilyen típusú rejtvényt találhatunk könnyebb és nehezebb változatban egyaránt.

Logigrafika (Grafilogika vagy Nonogram)

Ebben a játékban egy négyzetekre osztott téglalap bizonyos négyzeteit kell feketére színezni a téglalap oldalai mentén található számoknak megfelelően. (A beszínezett négyzetek megfigyelésével akár az elkészült alakzat kerülete vagy területe is kiszámítható.) Az egyszerűbb feladványokkal egy első osztályos tanuló is megbirkózhat, és az elkészült rajzban örömet lelheti, míg a nehezebb feladványok egy felnőtt számára is komoly kihívást jelenthetnek.

Logigrafika feladvány megoldása

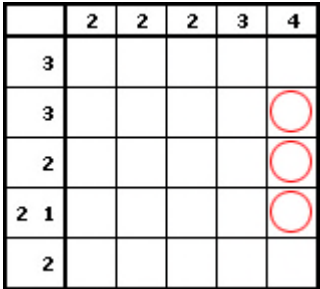
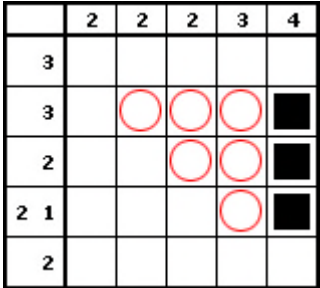
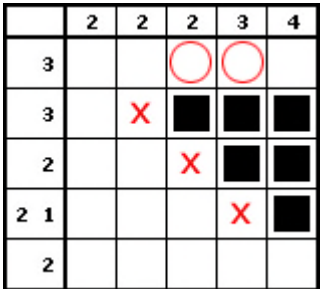
Próbáljuk meg megfejteni a 9. ábrán látható feladványt!

	2	2	2	3	4
3					
3					
2					
2 1					
2					

9. ábra. Logigrafika feladvány

Forrás: <https://www.brainbashers.com/nonogrids.asp>

A vízszintes és függőleges oldalak mentén látható számok azt mutatják meg, hogy hány egybefüggő fekete négyzet található abban a sorban vagy oszlopban úgy, hogy több szám esetén a fekete négyzetcsoportok között legalább egy üres négyzetnek lennie kell. Több szám esetén, például a 9. ábra 4. sorában először 2, majd utána 1 fekete négyzet található úgy, hogy a két fekete csoport között legalább egy üres hely van. A megoldás menete (3. táblázat):

 <p>A 5x6 grid. The top row contains numbers: 2, 2, 2, 3, 4. The first column contains numbers: 3, 3, 2, 2 1, 2. The 4th column has red circles in rows 2, 3, and 4.</p>	<p>Az utolsó oszlop fölé írt 4-es azt mutatja, hogy ebben az oszlopban 4 egybefüggő fekete négyzetnek kell lennie, azonban nem tudjuk, hogy ezek az első vagy a második négyzettől indulnak-e, így csak az biztos, hogy a pirossal jelölt négyzetek lesznek biztosan feketék.</p>
 <p>The grid is updated. In the 4th column, the cells at rows 2, 3, and 4 are now black. In the 5th column, the cells at rows 2, 3, and 4 are now black. The red circles remain in the 4th column at rows 2, 3, and 4.</p>	<p>A feketére színezett négyzetek már azonnal segítenek a pirossal jelölt négyzetek kiszínezésében, ha figyelembe vesszük a 2., 3., és 4. vízszintes sorokat.</p>
 <p>The grid is further updated. In the 2nd column, the cell at row 2 has a red X. In the 3rd column, the cell at row 2 has a red X. In the 4th column, the cell at row 2 has a red X. The black cells from the previous step remain.</p>	<p>A piros x-ek azt jelzik, hogy azokon a helyeken biztosan nem lehet feketére színezett négyzet (hiszen a vízszintes sorokban már megkaptunk egy-egy, a számoknak megfelelő feketére színezett alakzatot). A piros körök pedig azt jelzik, hogy azokon a helyeken a 3. és a 4. oszlopoknak megfelelően biztosan fekete négyzetet találunk.</p>

	2	2	2	3	4
3			■	■	
3	○	×	■	■	■
2	○	○	×	■	■
2 1			○	×	■
2			○		

A 2. és a 3. sorban és a 3. oszlopban, a fekete négyzetek számára vonatkozó feltétel miatt, a piros körökkel jelölt helyeken nem lehet színezés, ezeket a helyeket piros x-szel jelöljük.

	2	2	2	3	4
3			■	■	
3	×	×	■	■	■
2	×	×	×	■	■
2 1	○	○	×	×	■
2	○	○	×	×	
Az utolsó két sor piros körökkel jelölt négyzeteit feketére kell színezni ahhoz, hogy mindkét sorban teljesüljön a fekete négyzetek számára vonatkozó feltétel.			2	2	2
3	○	○	■	■	
3	×	×	■	■	■
2	×	×	×	■	■
2 1	■	■	×	×	■
2	■	■	×	×	○
A piros körökkel jelölt négyzeteket nem lehet beszínezni, különben nem teljesülhetnének az 1. és a 2. oszlop, illetve az 5. sor feltételei, így ezekre a helyekre piros kereszt kerül.			2	2	2
3	×	×	■	■	■
3	×	×	■	■	■
2	×	×	×	■	■
2 1	■	■	×	×	■
2	■	■	×	×	×
 Az utolsó négyzet kiszínezésével pedig már a teljes feladvány megoldását kapjuk. |

3. táblázat. Logigrafika feladvány megoldása

Forrás: <https://www.brainbashers.com/nonogrids.asp>

Milyen képességeket fejleszt a Logigrafika játék?

- Térí tájékozódás, térbeli viszonyok észlelése,
- finommotorika (színezéssel),
- megosztott figyelem (több tulajdonságra kell egyszerre figyelni),
- logikus gondolkodás (ok-okozati összefüggés, sorrendiség),
- divergens gondolkodás (egy-egy probléma több irányú megközelítése lehetséges),

- önellenőrzés (vegye észre, ha rontott, s kezdje újból a gondolatmenetet),
- szabálykövetés.

Ilyen típusú feladványokkal találkozhatunk például a <https://hu.puzzle-nonograms.com/> (vagy <https://www.brainbashers.com/nonogrids.asp> vagy <http://www.logikaifeladatok.hu/rejtvenyek.html>) oldalakon egyszerűbb és bonyolultabb változatokban is.

Összegezés

A dolgozatban bemutatott játékos logikai rejtvényekkel szerettem volna ötleteket adni a tanító szakos hallgatók matematika tantárgy-pedagógia és az óvodapedagógus hallgatók matematika-módszertan óráihoz. Továbbá célom volt annak bemutatása is, hogy az interneten ingyenesen milyen sokféle érdekes és izgalmas logikai feladvány érhető el már akár az óvodás korosztály számára is. *„A logikai játékok szabályai és a kreativitás fejlődése között is összefüggés van. A kreativitás alapja mindig a szabály, amely segít a világ dolgai között eligazodni. Ha nincs szabály, nem lehet tőle eltérni, nem lehet más megoldási módokat találni egy feladat megoldására. Ahogy Ranschburg Jenő mondta: »A kreativitás az, ha megpróbálom másképp csinálni, mint a többiek.« Ha valaki kreatív, a szabályos keretek figyelembevételével találja meg a megoldásokat.»²*

BIBLIOGRÁFIA

- Calcudoku [online] <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/calcudoku> [2018. június 14.]
- Daily Nonogrids [online] <https://www.brainbashers.com/nonogrids.asp> [2018. június 14.]
- Daily Skyscrapers [online] <https://www.brainbashers.com/skyscrapers.asp> [2018. június 14.]
- Grafilogika [online] <http://www.logikaifeladatok.hu/rejtvenyek.html> [2018. június 14.]
- Hashi [online] <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/hash>i [2018. június 14.]
- Hidak [online] <https://hu.puzzle-bridges.com/> [2018. június 14.]
- Hogyan használjuk a táblajátékokat a fejlesztésben? – 4. rész [online] <http://felelosszulokiskolaja.hu/cikkek/hogyan-hasznaljuk-a-tablajatekokat-a-fejlesztesben-4-resz> [2018. június 14.]

² Hogyan használjuk a táblajátékokat a fejlesztésben? – 4. rész [online] <http://felelosszulokiskolaja.hu/cikkek/hogyan-hasznaljuk-a-tablajatekokat-a-fejlesztesben-4-resz> [2018. június 14.]

Kenken [online] <http://www.kenken.com/> [2018. június 14.]

Kösd össze, ha tudod! [online] <http://www.logikaifeladatok.hu/kosdossze.html> [2018. június 14.]

Nonogram [online] <https://hu.puzzle-nonograms.com/> [2018. június 14.]

Skyscrapers [online] <http://www.conceptispuzzles.com/index.aspx?uri=puzzle/skyscrapers> [2018. június 14.]

Verestóy, B. (2016). *Logikai játékok alkalmazhatósága az óvodában* [Szakdolgozat]. ELTE TÓK, Budapest.

MÓNICA BAGOTA
„ONLY” LOGIC – OR NOT?

In this paper I intend to show some playful logical puzzles which we have used for several years in the teaching of primary school teachers and pre-school teachers in their mathematical classes. Each of the games presented is basically a logical game (some of them are based on the well-known Sudoku game). However, for solving some of the exercises one needs not only logical thinking but for example the use of the four basic operations. In the case of some other puzzles the correct way of spatial orientation is also necessary for solving the logical problem. In some other cases we meet the problem of covering spaces and some basic properties of graphs.